

基于切换线性系统的 DC-DC 变换器的 输出能控性研究

胡宗波¹, 张 波¹, 胡少甫², 邓卫华¹

(1. 华南理工大学电力学院, 广东广州 510640; 2. 三峡大学电力信息学院, 湖北宜昌 443002)

摘 要: 将 DC-DC 变换器视为一类混杂动态系统——切换线性系统, 尝试在 DC-DC 变换器控制系统研究中引入切换线性系统的概念, 基于系统模型研究 DC-DC 变换器的输出能控性这一基本控制特性, 为各种控制策略在 DC-DC 变换器中的应用奠定理论基础. 研究分为三个部分: (1) 引入切换线性系统, 并以基本的 DC-DC 变换器为例, 建立变换器的切换线性系统模型; (2) 给出切换线性系统输出能控性的定义以及充要条件; (3) 分析基本 DC-DC 变换器的输出能控性, 并以 Buck 变换器为例进行仿真分析和验证验证. 本文的研究还表明, 分析方法也适应于其它功率变换器, 甚至所有开关变换电路的输出能控性研究.

关键词: DC-DC 变换器; 混杂动态系统; 切换线性系统; 输出能控性

中图分类号: TM1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 02-0370-05

Output Controllability Study on DC-DC Converters as Switched Linear Systems

HU Zong-bo¹, ZHANG Bo¹, HU Shao-fu², DENG Wei-hua¹

(1. Electrical Power College, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China;
2. The College of Electrical & Information Technology, Threeorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: DC-DC converters were considered as one type hybrid dynamic systems (HDS)-switched linear systems (SLS) and the concept of switched linear systems was introduced to DC-DC converter controlled systems. Based on systematical model, output controllability (OC) of DC-DC converters was studied which provides the basis of modern control method application in DC-DC converters. At first, the concept of switched linear systems was introduced and the basic DC-DC converters were built as switched linear system models. Then the output controllability definition and its sufficient and necessary criterion for switched linear systems were given. At last, the output controllability of basic DC-DC converters was analyzed. The simulation analysis and experimental verification of output controllability for Buck converter was given as an example. The analysis method of output controllability for DC-DC converters could be extended to other power converters or all switched circuit to study the output controllability.

Key words: DC-DC converters; hybrid dynamic systems; switched linear systems; output controllability

1 引言

现阶段, DC-DC 变换器的研究内容, 主要是立足于工程应用, 研究新拓扑, 提出新型控制策略等. 在拓扑结构研究方面, 取得了一系列重大技术成果, 如软开关技术 (Soft switching)、功率因数校正技术 (Power factor correction, PFC)、同步整流技术 (Synchronous rectification, SR)、三电平技术 (Three level, TL) 等. 在控制策略的研究方面, 出现了很多新型的控制策略, 如单周期控制 (One-cycle control)、前馈控制 (Feed-forward control), 以及一些现代控制方式, 如最优控制 (Optimal control)、鲁棒控制 (Robust control)、自适应控制 (Adaptive control)、滑模变结构控制 (Sliding-mode control)、神经网络控制 (Neural network control) 等. 工程应用表明, DC-DC 变换器的输出可以进行控制并稳定

在设计值, 但是 DC-DC 变换器基于系统模型的严格的输出能控性, 未曾进行过系统研究. 此外, 因为 DC-DC 变换器均是多年来从实践中提炼出来, 有很好的输出控制特性, 使得其输出能控性分析的重要性被忽略, 迟迟没有将探索变换器的输出能控性提高到一个应有的高度. 而随着对功率变换器控制性能要求的日益提高, 以及电力电子技术作为一门学科的完整性, 对功率变换器的输出能控性的研究将势在必行, 并由此将电力电子技术的发展提高到一个新的水平.

近年来, 由于对离散事件系统的深入研究和现代工业控制过程的实际需要, 提出了混杂动态系统 (Hybrid dynamic systems, HDS) 这一新的概念. 在研究混杂动态系统的模型时, 提出了一类重要的系统, 即切换线性系统 (Switched linear systems, SLS). 切换线性系统由多个线性子系统构成, 通过在多个

子系统之间进行适当切换,以实现一定的性能要求,可以看作是多模型系统或者变结构系统的推广.因而从系统工作特点看,功率变换器就是一种典型的切换线性系统^[1~4],其连续动态系统描述包括电路单一模态的工作,离散事件动态系统描述包括功率开关的开通和关断.

为此,本文尝试将混杂动态系统和切换线性系统的概念与理论引入 DC-DC 变换器输出能控性的研究,以基本 DC-DC 变换器为例,建立其切换线性系统模型.根据 DC-DC 变换器切换线性系统模型的特点,给出切换线性系统输出能控性的定义和充分必要条件.然后对 Buck 变换器和 Boost 变换器等 DC-DC 变换器的输出能控性进行分析.为进一步说明 DC-DC 变换器输出能控性研究的应用意义,以 Buck 变换器为例进行仿真分析和实验验证.本文的研究方法也适用于其它功率变换器,甚至所有开关变换电路的输出能控性研究.

2 DC-DC 变换器的切换线性系统模型

2.1 混杂动态系统

混杂动态系统的概念是在 1986 年美国高级控制会议上提出来的.自此以后,混杂动态系统成为一个新的研究热点,并公认对生产过程自动化、自动化调度、机器人控制、计算机通讯等一系列工程技术问题具有重要的指导意义.一般来说,混杂动态系统被定义为离散事件系统(Discrete Event systems, DES)和连续变量系统(Continuous variable systems, CVS)相互作用而形成的统一的动态系统^[5,6].由于混杂动态系统包含了连续动态和离散动态,因此从其“混杂”本质上看,自然界大多数系统都可以归结为混杂动态系统.

目前,混杂动态系统的理论研究内容主要包括以下几个方面:混杂动态系统的模型研究、混杂动态系统的分析与综合以及混杂动态系统的优化控制.对于混杂动态系统的模型,计算机理论研究者 and 系统控制理论研究者进行了大量的研究,其中切换线性系统模型是一类极为重要的混杂动态系统模型,具有广泛而重要的实际意义.

2.2 切换线性系统

一般来说,切换线性系统具有下列形式^[5,6]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{r(t)} x(t) + B_{r(t)} u(t) \\ y(t) = C_{r(t)} x(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ 为输入向量, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ 为输出向量; $r(t) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \{1, 2, \dots, N\}$ 为分段常值函数, N 为全部切换模式的总和. $r(t) = i$ 为系统的一组实现,且 A_i, B_i, C_i 均为相应维数的常数矩阵,一组实现 (A_i, B_i, C_i) 称为一个切换模式.在切换线性系统中,先给出一个重要的定义.

定义 1(切换序列) 将 $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 表示为切换模式序号, $h_i \in (0, +\infty)$ 为切换模式持续时间,切换序列定义为

$$= \{ (A_i, B_i, C_i, h_i) \}_{i=1}^M \quad (2)$$

其中, M 表示切换序列的长度. $T = \sum_{i=1}^M h_i$ 称为切换序列的持

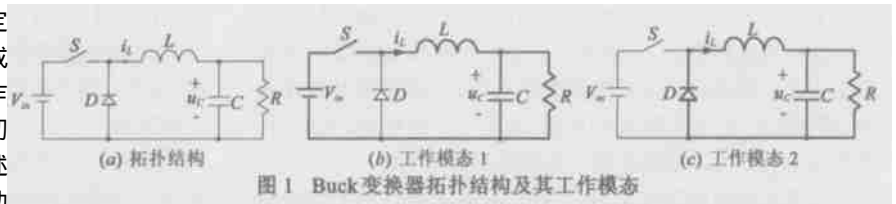


图 1 Buck 变换器拓扑结构及其工作模式

续时间.式(1)和式(2)构成了一个完整的切换线性系统模型.

对于给定的一个切换线性系统,当一个切换序列 $r(t)$ 给定之后,切换模式的变化过程便完全确定了,即切换序号 $r(t), t \in [0, T)$ 为 $r(t) = i, t \in [t_{i-1}, t_i)$ (3)

这里 $t_0 = 0, t_i = \sum_{j=1}^i h_j$. 切换模式为 $(A_i, B_i, C_i) \forall i = 1, 2, \dots, M$.

2.3 基本 DC-DC 变换器的切换线性系统模型

参照式(1)表示切换线性系统,可知功率变换器属于典型的切换线性系统,其中状态向量为电感电流和电容电压,输入向量为输入电压,输出向量为电容电压,因此可以将所有的功率变换器建立为切换线性系统模型.以 Buck 变换器为例,建立其切换线性系统模型,并阐述其对应的物理意义.先给出两个基本假设:(1)变换器中的所有元器件均为理想器件,(2)变换器工作在电流连续模式.图 1 所示的是 Buck 变换器拓扑结构及其工作模式.

选择状态向量为 $x(t) = [i_L \quad u_C]^T$, 输入向量为 $u(t) = V_{in}$, 输出向量为 $y(t) = u_C$. 不管采用 PWM 控制方式,还是采用 PFM 控制方式,变换器的控制都是通过两个模式之间“切换”实现的. Buck 变换器切换线性系统模型参数为:

$$\text{状态向量系数矩阵: } A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$\text{输入向量系数矩阵: } B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{输出向量系数矩阵: } C_1 = C_2 = [0 \quad 1]$$

切换规则由切换序列确定的,且切换序列为:

$$\begin{aligned} &= \{ (A_i, B_i, C_i, h_i) \}_{i=1}^M \\ &= \{ (A_1, B_1, C_1, h_1), (A_2, B_2, C_2, h_2), \\ &\quad (A_1, B_1, C_1, h_3), (A_2, B_2, C_2, h_4), \dots \} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $h_i, i \in \{1, 2, \dots\}$ 是每个切换子系统的持续时间,即 Buck 变换器对应模态的工作时间,如图 2 所示.

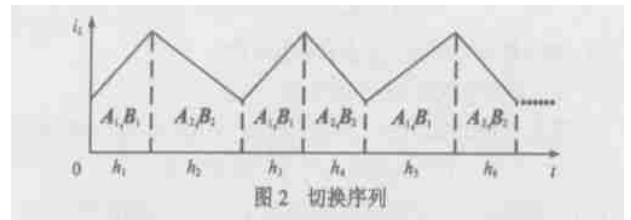


图 2 切换序列

Buck 变换器切换线性系统模型由两部分组成:(1)对应的系统状态方程;(2)式(4)表示的切换序列.前者与以前 Buck 变换器状态方程无异,即将变换器的所有工作模式分别列写状态方程,但是后者即切换序列是一个全新的概念.切换序列

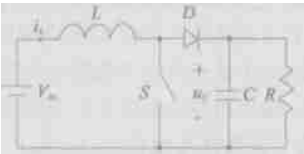
决定了状态方程的作用顺序以及相应模态的持续时间,实现变换器的控制和稳定.可以看出,Buck 变换器切换线性系统模型体现出变换器混杂动态系统的本质,也就是离散事件系统(即切换序列)对连续变量系统(即各个工作模态)的作用,因此在本质上与以前的建模方式和思路完全不同.

以常见的状态空间平均法为例,采用状态空间平均法对 Buck 变换器进行建模和控制系统分析,存在两个主要缺陷:(1)状态空间平均法是近似的;(2)状态空间平均法只能分析系统的稳定性,无法分析系统的其它基本控制特性,比如能控性、能观性和输出能控性等.引入切换线性系统的概念具有很

多独特的优点:(1)系统模型完全精确,没有作任何近似处理;(2)基于变换器切换线性系统模型,不但可以分析系统的稳定性,而且可以分析系统的能控性、能观性和输出能控性等基本控制特性.

参照 Buck 变换器切换线性系统模型建立过程,选取和 Buck 变换器相同的状态向量、输入向量和输出向量,可得表 1 所示的 Boost 变换器的切换线性系统模型,切换序列为式(4)所示.根据相同的方法可得 Buck/boost 变换器、Cuk 变换器、Sepic 变换器和 Zeta 变换器等其它 DC-DC 变换器的切换线性系统模型.

表 1 Boost 变换器的切换线性系统模型

变换器	拓扑结构	A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	C ₁ = C ₂	切换序列
Boost		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$	$[0 \ 1]$	式(4)

3 切换线性系统的输出能控性

在给出切换线性系统的输出能控性的定义和充要条件之前,首先给出相关的数学知识.

3.1 数学预备知识

定义 2(列空间) 矩阵 B ∈ R^{n×p} 的列空间为 Rⁿ 中如下定义的一个线性空间

$$R(B) = \{ Bx \mid x \in R^p \} \quad (5)$$

定义 3(循环不变子空间) 对于矩阵 A ∈ R^{n×n} 和 Rⁿ 中线性子空间 W,称如下的一个线性空间

$$A|W = \bigcap_{i=1}^n A^{i-1}W \quad (6)$$

为子空间 W 经矩阵 A 循环而生成的 A 的不变子空间.为了简便,令 A|B = A|R(B).定义如下线性子空间^[1,2]:

$$\begin{aligned} W_1 &= \bigcap_{i=1}^N A_i|B_i \\ W_2 &= \bigcap_{i=1}^N A_i|W_1 \\ &\dots \\ W_n &= \bigcap_{i=1}^N A_i|W_{n-1} \end{aligned} \quad (7)$$

3.2 输出能控性的定义和充分必要条件

先给出切换线性系统的输出能控性定义^[7].

定义 4(输出能控性) 如果对任意初始状态 x₀ ∈ Rⁿ 和 y_f ∈ R^q,存在一个切换序列和一个分段连续输入 u(t), t ∈ [0, T],使得系统由 x(0) = x₀ 转移到 y(T) = y_f,则称切换线性系统是输出能控的.

根据切换线性系统输出能控性定义,结合数学预备知识,可得输出能控性充要条件.

定理 1(输出能控性的充分必要条件) 切换线性系统是

输出能控的,当且仅当 C_iW_n = R^q, ∃ i ∈ {1, ..., N}.

4 DC-DC 变换器切换线性系统的输出能控性

4.1 Buck 变换器的输出能控性分析

考察如下线性子空间:

$$\begin{aligned} W_1 &= \bigcap_{i=1}^N A_i|B_i = A_1|B_1 + A_2|B_2 \\ &= B_1 + A_1B_1 + B_2 + A_2B_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_2 &= \bigcap_{i=1}^N A_i|W_1 = A_1|W_1 + A_2|W_1 \\ &= W_1 + A_1W_1 + A_2W_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{即 } C_1W_2 &= C_1(B_1 + A_1B_1 + B_2 + A_2B_2) + C_1A_1(B_1 + A_1B_1 \\ &\quad + B_2 + A_2B_2) + C_1A_2(B_1 + A_1B_1 + B_2 + A_2B_2) \\ &= C_1(B_1 + A_1B_1) + C_1A_1(B_1 + A_1B_1) \\ &\quad + C_1A_2(B_1 + A_1B_1) \end{aligned}$$

由表 1 易知

$$\det(C_1A_1B_1) = [0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{LC}$$

当 L → ∞, 或者 C → 0 时, $\frac{1}{LC} = 0$.由定理 1 可知,这种参数的 Buck 变换器不是输出能控的,因此无法对变换器进行控制,控制系统的设计也无从谈起,这和 Buck 变换器实际电路原理分析是完全一致的.对于其它电路参数,均有

$$\det(C_1A_1B_1) = \frac{1}{LC} > 0$$

由定理 1 可知,这种参数的 Buck 变换器是输出能控的.

综上所述,当 L → ∞, 或者 C → 0 时,Buck 变换器不是输出能控的,其它参数时 Buck 变换器是输出能控的.同时可以看出,Buck 变换器的输出能控性和负载电阻无关,这与实际变换器的输出稳定控制和负载电阻无关是一致的.只要恰当

设计变换器的参数,可以实现任意的输出电流,即可以承受任意的负载电阻.

4.2 Boost 变换器的输出能控性分析

考察如下线性子空间:

$$\begin{aligned}
 W_1 &= \prod_{i=1}^N A_i | B_i = A_1 | B_1 + A_2 | B_2 \\
 &= B_1 + A_1 B_1 + B_2 + A_2 B_2 \\
 W_2 &= \prod_{i=1}^N A_i | W_1 = A_1 | W_1 + A_2 | W_1 \\
 &= W_1 + A_1 W_1 + A_2 W_1
 \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned}
 C_1 W_2 &= C_1 (B_1 + A_1 B_1 + B_2 + A_2 B_2) + C_1 A_1 (B_1 + A_1 B_1 \\
 &\quad + B_2 + A_2 B_2) + C_1 A_2 (B_1 + A_1 B_1 + B_2 + A_2 B_2)
 \end{aligned}$$

由表 1 易知

$$\det (C_1 A_2 B_2) = | 0 \quad 1 | \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{LC}$$

当 $L \rightarrow 0$, 或者 $C \rightarrow 0$ 时, $\frac{1}{LC} \rightarrow 0$, 由定理 1 可知, 这种参数的 Boost 变换器不是输出能控的. 对于其它电路参数, 均有

$$\det (C_1 A_2 B_2) = \frac{1}{LC} > 0$$

由定理 1 可知, 这种参数的 Boost 变换器是输出能控的.

综上所述, 当 $L \rightarrow 0$, 或者 $C \rightarrow 0$ 时, Boost 变换器不是输出能控的, 其它参数时 Boost 变换器是输出能控的.

4.3 Buck 变换器的输出能控性仿真和实验分析

以 Buck 变换器为例进行仿真实验分析. 根据上述 Buck 变换器是否具有输出能控性的参数要求, 选定合适的参数进行输出能控性仿真分析. 电路参数如下: 输入电压 $V_{in} = 48V$, 输出电压 $V_o = 24V$, 电感为 $L = 50\mu H$, 电容为 $C = 330\mu F$, 开关频率为 $f = 100KHz$. 在 $0 \sim 0.05s$ 时间内, 电路参数为上述设计参数, 很明显系统满足输出能控性条件, 在 $0.05 \sim 0.1s$ 时间内, 电感由初始值 $L = 500\mu H$ 变为 $L = 50H$, 可以理解为 $L \rightarrow 0$, 其它电路参数不变, 由 4.1 节分析可知, 系统参数不满足输出能控性条件, 即系统的输出能控性条件破坏.

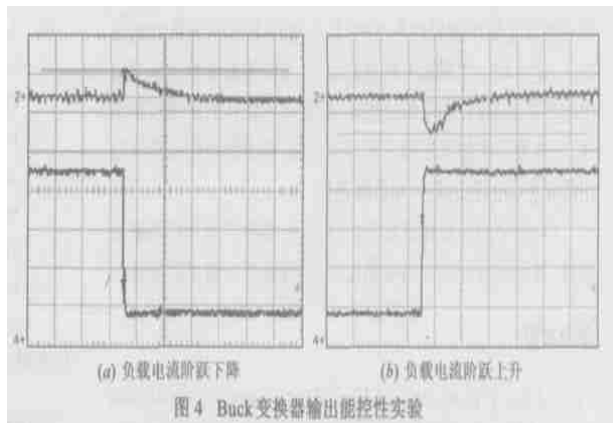


图 4 Buck 变换器输出能控性实验

仿真结果如图 3 所示. 从图 3 中可以看出, 在 $0 \sim 0.05s$ 的时间内, 系统参数满足输出能控性, 在 $t = 0.02$ 时刻内负载电

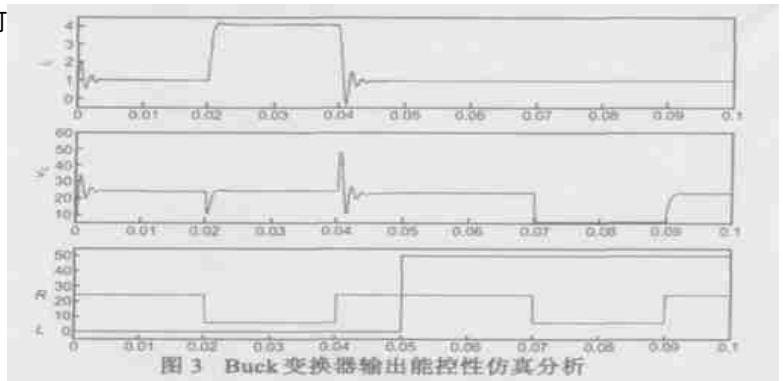


图 3 Buck 变换器输出能控性仿真分析

阻由 24Ω 突变为 6Ω , 负载电流由 $1A$ 变为 $4A$, 电感电流相应增加, 输出电压先出现一个下降的尖峰, 然后稳定在设计值. 在 $t = 0.04$ 时刻, 负载电阻由 6Ω 突变为 24Ω , 负载电流由 $4A$ 变为 $1A$, 电感电流相应减小, 输出电压先增加经过振荡之后稳定在设计值. 也就是说, Buck 变换器在式 (4) 所示的切换序列的作用下, 电路在两个模态之间切换, 实现系统的控制和稳定. 当 $0.05 \sim 0.1s$ 的时间内系统输出能控性条件破坏时, 在 $0.07 \sim 0.09s$ 时间内负载电流同样由 $1A$ 变为 $4A$ 时, 尽管电感电流保持基本不变, 但是输出电压无法控制稳定.

决定切换序列的控制环节的目的是为了当输入电压变化和(或者)负载变化(包括电路参数变化)时, 即系统出现扰动(的情况下, 保持系统输出的稳定控制. 仿真结果表明, 对于同样的控制方式, 当系统满足输出能控性时, 在控制环节的作用下, 即使出现扰动, 系统输出是完全可以稳定控制的; 当系统不满足输出能控性时, 如果系统出现扰动, 相同的控制环节也不能够实现系统输出的稳定控制. 简单来说, 如果系统不具备输出能控性, 或者输出能控性条件破坏, 任何闭环控制都无法实现系统输出的稳定和稳定. 也就是说, 输出能控性是变换器实现输出控制的先决条件和必要条件.

4.4 Buck 变换器的输出能控性实验研究

对 Buck 变换器的输出能控性进行实验验证. 电路参数如下: 输入电压 $V_{in} = 48V$, 输出电压 $V_o = 24V$, 电感为 $L = 500\mu H$, 电容为 $C = 330\mu F$, 开关频率为 $f = 100KHz$. 测试负载电流阶跃变化时输出电压能否控制并稳定在设计值, 实验结果如图 4 所示, 其中 (a) 表示负载电流由 $4A$ 突变为 $1A$, (b) 表示负载电流由 $1A$ 突变为 $4A$. 波形图中, 电压电流坐标为 $1A/V$ 每格, 时间坐标为 $20\mu s$ 每格. 从实验结果中可以看出, 在切换序列的作用下, 电路在两个模态之间切换, 实现输出的控制和稳定.

5 结语

(1) 引入切换线性系统理论研究 DC-DC 变换器的输出能控性, 以此奠定现代控制策略, 特别是新型非线性控制策略在功率变换器中应用的理论基础.

(2) 以 Buck 变换器和 Boost 变换器为例, 基于切换线性系统模型分析它们的输出能控性. 分析结果表明, 当 $L \rightarrow 0$ 或 $C \rightarrow 0$ 时, 变换器不是输出能控性的, 其它参数情况下变换器都是输出能控的.

(3) 以 Buck 变换器为例进行仿真分析和实验验证. 当系

统参数满足输出能控性条件时, Buck 变换器在系统扰动的情況下, 完全可以实现输出的稳定控制. 当变换器参数不满足输出能控性条件时, 如果系统扰动, 即使采用同样的闭环控制系统, 变换器不能够实现输出的稳定控制. 输出能控性是系统输出稳定控制的先决条件和必要条件.

(4) 文中的分析和研究方法, 可以直接推广到其它功率变换器, 甚至所有开关变换电路之中, 研究系统的输出能控性.

参考文献:

- [1] Z Sun, D Zheng. On reachability and stabilization of switched linear control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46 (2): 291 - 295.
- [2] Z Sun, S S Ge, T H Lee. Controllability and reachability criteria for switched linear systems[J]. Automatica, 2002, 38: 775 - 786.
- [3] G Xie, D Zheng, L Wang. Controllability of switched linear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47 (8): 1401 - 1405.
- [4] G Xie, L Wang. Controllability and stabilizability of switched linear systems[J]. Systems & Control Letters, 2003, 48: 135 - 155.

- [5] A S Morse. Supervisory control of families of linear set-point controllers-part 1: exact matching [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41 (10): 1413 - 1431.
- [6] D Liberzon, A S Morse. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1999, 19 (5): 59 - 70.
- [7] Xie Guangming, Wang Long. Output controllability of switched linear systems[A]. IEEE International Symposium on Intelligent Control-Proceedings[C]. Houston, Texas, USA, 2003. 134 - 139.

作者简介:



胡宗波 男, 1976 年 9 月生于湖北广水, 2002 年 7 月获得华南理工大学电力学院电力电子与电气传动专业硕士学位, 目前正在攻读电力电子与电气传动学科博士学位, 研究方向为电力电子混杂动态系统理论和切换线性系统理论. E-mail: zbh@scut.edu.cn.

张波 男, 1962 年 10 月生于福建三明, 博士, 华南理工大学电力学院教授, 博士生导师, 长期从事电力电子及电力传动技术的研究.